

Un premier exemple non modélisant de progression en terminale – spécialité mathématiques

Éléments pouvant servir de base de réflexion aux équipes

analyse

Algèbre - géométrie

Proba

après l'épreuve

Dans cette progression, la partie « combinatoire et dénombrement » ne fait pas l'objet d'un chapitre et sera filée tout au long de l'année (avec la nécessité de faire les coefficients binomiaux avant la loi binomiale).

| | | | |
|---|--|--|---|
| Combinatoire et dénombrement (sauf Bernoulli) | <p>Contenu :</p> <ul style="list-style-type: none"> Principe additif : nombre d'éléments d'une réunion d'ensembles deux à deux disjoints. Principe multiplicatif : nombre d'éléments d'un produit cartésien. Nombre de k-uplets (ou k-listes) d'un ensemble à n éléments. Nombre des parties d'un ensemble à n éléments. Lien avec les n-uplets de $\{0,1\}$, les mots de longueur n sur un alphabet à deux éléments, les chemins dans un arbre, $n!$ nombres de permutations Nombre des k-uplets, permutations, déf de n ! Combinaisons Formules $\binom{n}{k}$ relation et triangle de Pascal | <p>Démonstrations :</p> <ul style="list-style-type: none"> Relation de Pascal $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$. | <p>Algorithmique</p> <ul style="list-style-type: none"> génération de la liste des coefficients $\binom{n}{k}$ à l'aide de la relation de Pascal génération de permutations d'un ensemble fini ou tirage aléatoire d'une permutation génération des parties à 2, 3 éléments d'un ensemble fini |
|---|--|--|---|

| n° | Chapitre | Durée | Contenu | Démonstrations | Algorithmique |
|----|--------------------------|-------|---|----------------|---|
| 1 | Suites 1 : Récurrence | 1 | Rappels de 1 ^{ère} + raisonnement par récurrence | | |
| 2 | Bernoulli | 0,5 | <ul style="list-style-type: none"> Succession d'épreuves indépendantes Épreuve et loi de Bernoulli Schéma de Bernoulli <p><i>NB : calculs de probabilités avec des arbres à 3 niveaux maximum, sans les coefficients binomiaux</i></p> | | <ul style="list-style-type: none"> Simulation de la planche de Galton Simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire <p><i>Prolongement possible dans le chapitre 9 (loi binomiale)</i></p> |

| | | | | | |
|----|---|-----|---|--|---|
| 3 | Dérivation 1 : complément sur la dérivation | 1,5 | <ul style="list-style-type: none"> • Dérivée de uov • Dérivée seconde : définition et calcul | | |
| 4 | Vecteurs et droites de l'espace | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Vecteurs de l'espace. Translations. • Combinaisons linéaires de vecteurs de l'espace. • Droites de l'espace. Vecteurs directeurs d'une droite. Vecteurs colinéaires. • Caractérisation d'une droite par un point et un vecteur directeur. • Bases et repères de l'espace. Décomposition d'un vecteur sur une base | | |
| 5 | Suite 2 : Limite de suite | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Convergence divergence • Limites et comparaison théorème des gendarmes • Limites et opérations • Toute suite croissante et majorée converge | <ul style="list-style-type: none"> • toute suite croissante non majorée diverge • limite de q^n (inégalité de Bernoulli) • divergence vers $+\infty$ d'une suite minorée par une suite divergeant vers $+\infty$ • limite aux bornes de exp | <ul style="list-style-type: none"> • Recherche de seuils • Recherche de valeurs approchées de $\pi, e, \varphi, \ln(2), \sqrt{2}; \dots$ |
| 6 | Limite de fonctions | 1 | <ul style="list-style-type: none"> • Limite finie ou infinie, en un point ou en l'infini - asymptote parallèle à un axe • Limite des fonctions de référence : puissance entière, racine carrée, exp • Limites et comparaisons • Opérations sur les limites | <ul style="list-style-type: none"> • croissance comparée de $x \mapsto x^n$ et exp en $+\infty$ | |
| 7 | Plans de l'espace | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Plan de l'espace - direction d'un plan • Caractérisation d'un plan par un point et 2 vecteurs • Équation paramétrique de droite | | |
| 8 | Dérivation 2 : application de f'' | 1 | <ul style="list-style-type: none"> • Fonctions convexes : définition • Point d'inflexion | <ul style="list-style-type: none"> • si f'' est positive, alors C_f est au-dessus de ses tangentes | |
| 9 | Loi binomiale | 0,5 | <ul style="list-style-type: none"> • Loi $B(n; p)$ avec coefficients binomiaux | <ul style="list-style-type: none"> • expression de la probabilité de k succès dans le schéma de Bernoulli | <ul style="list-style-type: none"> • simulation de la planche de Galton • problème de surréservation • simulation d'un échantillon d'une variable aléatoire. |
| 10 | Continuité | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Fonction continue en un point, sur un intervalle • Image d'une suite convergente par une fonction continue • TVI | | <ul style="list-style-type: none"> • dichotomie (TVI) • méthode de Newton - méthode de la sécante |

| | | | | | |
|----|--------------------------------|-----|---|--|--|
| 11 | Orthogonalité dans l'espace | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Produit scalaire de 2 vecteurs; bilinéarité; symétrie • Orthogonalité de 2 vecteurs • Base et repère orthonormés • Coordonnées d'un vecteur; expression du produit scalaire et de la norme d'un vecteur, de la distance entre 2 points • Développement de $\ \vec{u} + \vec{v}\ ^2$, formules de de polarisation • Orthogonalité de 2 droites, plan et droite • Vecteur normal à un plan, plan passant par A et normal à \vec{n} • Projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan • Équation cartésienne de plan | <ul style="list-style-type: none"> • le projeté orthogonal d'un point M sur un plan P est le point de P le plus proche de M, • équation cartésienne du plan normal au vecteur \vec{n} et passant pas le point A | |
| 12 | Fonction ln | 1 | <ul style="list-style-type: none"> • Logarithme népérien : fonction réciproque de la fonction exponentielle • Propriétés • Dérivation • Limites • Croissance comparée de $x \mapsto x^n$, \ln en 0 et $+\infty$ | <ul style="list-style-type: none"> • calcul de la fonction dérivée de la fonction logarithme népérien • limite en 0 | <ul style="list-style-type: none"> • algorithme de Briggs pour le calcul du logarithme • recherche de valeur approchée de $\ln 2$ (cf suites) |
| 13 | Primitives | 1,5 | <ul style="list-style-type: none"> • Primitive d'une fonction continue • Primitive des fonctions de référence : $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbb{Z}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$, exponentielle . <p>(calculer une primitive en utilisation les primitives de référence et les fonctions de la forme $(v' \circ u) \times u'$)</p> | <ul style="list-style-type: none"> • deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante | |
| 14 | Sommes de variables aléatoires | 1 | <ul style="list-style-type: none"> • Somme de 2 variables aléatoires – Linéarité de l'espérance • Exemples de variables indépendantes $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ et $V(aX) = a^2V(X)$ • Application à l'espérance, la variance et l'écart-type de la loi binomiale • Échantillon de taille n d'une loi de probabilité : liste, espérance, variance écart-type de la somme et de la moyenne | <ul style="list-style-type: none"> • espérance et variance de la loi binomiale | |
| 15 | Equations différentielles | 1,5 | <ul style="list-style-type: none"> • $y' = f$ • $y' = ay$ • $y' = ay + b$ et solution particulière | <ul style="list-style-type: none"> • résolution de $y' = ay$ (a réel) | <ul style="list-style-type: none"> • méthode d'Euler pour la résolution de $y' = f$ et $y' = ay + b$ |
| 16 | Fonctions sinus et cosinus | 1 | Étude des fonctions sinus et cosinus | | |
| 17 | Calcul intégral | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Aire sous la courbe • Lien avec la primitive • $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ • Définition par les primitives • Propriétés - valeur moyenne - intégration par parties | <ul style="list-style-type: none"> • $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f • intégration par parties | <ul style="list-style-type: none"> • méthode des rectangles • méthode de Monte Carlo • algorithme de Brouncker (calcul de $\ln 2$) |

| | | | | | |
|----|------------------------|---|--|--|---|
| 18 | Loi des grands nombres | 2 | <ul style="list-style-type: none"> • Inégalité de Bienaymé-Tchebychev • Inégalité de concentration • Loi des grands nombres | | <ul style="list-style-type: none"> • Calculer la probabilité de $(S_n - p_n > n)$, où S_n est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. Comparer avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev. • Simulation d'une marche aléatoire. • Simuler N échantillons de taille n d'une variable aléatoire d'espérance μ et d'écart type σ. Calculer l'écart types de la série des moyennes des échantillons observés, à comparer à σ/\sqrt{n}. Calculer la proportion des échantillons pour lesquels l'écart entre la moyenne et μ est inférieur ou égal à ks, ou à $n\sigma/\sqrt{n}$, pour $k = 1, 2, 3$. |
|----|------------------------|---|--|--|---|