

Les particules

Niveau

L'animation peut être proposée à partir du collège. Les explications peuvent être adaptées à plusieurs niveaux.

Matériel

Il faut prévoir pour chaque participant ou groupe de participants un ensemble de jetons de trois sortes, différenciés par leurs couleurs (par exemple rouge, vert et bleu), au moins une douzaine de jetons pour chaque couleur.

Commentaires

L'animateur laisse devant lui une "pioche" de jetons, constituées de tous les jetons qui ne sont pas dans la situation initiale proposée, dans laquelle le joueur pourra prendre les particules qui sont créées.

Expliquer le principe du jeu en présentant sur plusieurs exemples la règle principale : tant qu'il reste au moins deux couleurs présentes, on peut prendre deux jetons de deux couleurs différentes et les remplacer par une particule de la troisième couleur.

À chaque interaction, le nombre total de particules diminue de 1. Aussi, à chaque fois que l'on commence une expérience avec N particules en tout, il y aura au maximum $N-1$ interactions, et l'on finira toujours sur une situation où il ne reste plus qu'une seule couleur.

Rappeler que le jeu ne se termine pas tant qu'il reste une interaction possible (i.e. au moins deux couleurs).

Inciter les intervenants à formuler des conjectures : il reste à la fin la couleur initialement la plus importante, ou la moins importante, ou celle "du milieu", etc. et invalider celles qui sont incorrectes par un contre-exemple bien choisi.

Résolution de l'activité

On peut présenter la résolution de deux façons sensiblement différentes.

Supposons qu'il reste au moins une particule de chaque sorte et réalisons simultanément deux interactions, par exemple on fait en même temps vert + bleu donne rouge et vert + rouge donne bleu. La modification pour chaque sorte de particule est alors : moins 2 pour les particules vertes, et pour les deux autres couleurs, il y a eu autant de création que de disparition, donc les nombres n'ont pas été modifiés. Ainsi, en réalisant deux par deux les interactions, on voit que la parité de chaque type de couleur ne change pas. On peut alors s'arranger pour remplacer tous les tas initiaux de particules par 1 ou 2 selon la parité et traiter au cas par cas le petit nombre de possibilités, avec dans le pire des cas $2+2+2=6$ particules.

Autre explication possible (plus rigoureuse mais plus abstraite) : on raisonne sur la parité des collections de particules qui ne sont pas d'une couleur donnée. Autrement dit, au lieu de répartir les particules en 3 sortes (rouge, vert, bleu), on crée 3 sortes de répartition : rouge et non-rouge, vert et non-vert, bleu et non-bleu (on traite chaque répartition séparément).

On remarque qu'une interaction ne change jamais la parité d'une collection de jetons qui sont non-quelque chose. Par exemple, si au début d'une expérience, il y a un nombre impair de jetons non-bleus, alors il restera toujours un nombre impair de jetons non-bleus. Or, si l'on souhaite que la couleur finale soit bleue, cela revient à dire que le nombre de jetons non-bleus soit 0, ce qui est impossible. Ainsi, une condition nécessaire pour que la couleur finale soit bleue est que le nombre de jetons non-bleus soit initialement un nombre pair.

Il reste à voir que cette condition suffit, car on a déjà vu précédemment qu'effectuer simultanément deux interactions convenablement choisies revenait à faire disparaître deux jetons d'une couleur sans modifier les autres collections, donc si le nombre de jetons non-rouges (par exemple) est un nombre pair, la différence entre les deux collections de jetons verts et bleus est elle aussi paire, et en retirant 2 par 2 les jetons de la plus grande

collection, on arrivera obligatoirement à une situation pour laquelle il y a autant de jetons verts que de jetons bleus, et on pourra alors les faire tous disparaître.

Synthèse finale : en choisissant différentes valeurs de départ, on identifie quatre possibilités

- si au début tous les tas contiennent un nombre impair de particules, on peut s'arranger pour que la couleur finale soit n'importe laquelle (par exemple 3 rouges, 5 vertes, 7 bleues)
- s'il y a un "tas pair" et deux "tas impairs", il ne peut rester que le tas pair (4 rouges, 5 vertes et 7 bleues : il ne pourra rester que des particules rouges)
- s'il y a deux "tas pairs" et un "tas impair", il ne peut rester que le tas impair (4 rouges, 6 vertes et 7 bleues : il ne pourra rester que des particules bleues)
- si au début tous les tas contiennent un nombre pair de particules, on peut s'arranger pour que la couleur finale soit n'importe laquelle (exemple : 4 rouges, 6 vertes, 8 bleues)

Pour aller plus loin

On peut ajouter une règle de "super-interaction" : trois particules différentes disparaissent. Habillage possible pour le public : "le laboratoire de physique vient d'appeler et des collègues ont découvert une nouvelle interaction", etc.

On peut en fait ajouter n'importe quelle règle qui diminue le nombre total de particules, du moment qu'elle ne change pas la parité des collections de jetons qui ne sont pas d'une couleur donnée. Par exemple, trois particules d'une même couleur qui deviennent deux particules, une de chaque autre couleur (fission ?). Cela permet de relancer l'activité de manipulation avec des personnes qui pensent avoir passé en revue toutes les possibilités et qui estiment que des règles additionnelles augmentent les situations finales possibles.

Une autre possibilité (remarque de physicien sur la conservation de la matière !) est de laisser invariant le nombre total de particules, en modifiant la règle d'interaction : deux particules de couleur différentes sont remplacées par deux particules de la troisième couleur.

L'activité est alors modifiée : son étude est encore liée à celle de restes, mais ce n'est plus de la parité : la différence entre les cardinaux de deux collections reste la même modulo 3. On va retrouver une classification proche de celle obtenue avec la règle initiale :

- si les trois collections ont des restes différents dans la division par 3, alors il est impossible d'obtenir une couleur finale (par exemple, 6 rouges, 4 vertes et 2 bleues)
- si deux collections ont un même reste dans la division par 3, il est possible d'obtenir la troisième couleur comme unique couleur (par exemple, 6 rouges, 4 vertes et 3 bleues, on peut obtenir 13 particules vertes)
- si tous les restes dans la division par 3 sont les mêmes, on peut obtenir n'importe quelle couleur comme unique couleur