

Mathématiques complémentaires

Une progression possible...

Préparation de la réforme du lycée (Juin 2020)

Thèmes	Contenus	Contenus détaillés	Problèmes possibles
Modèles définis par une fonction d'une variable	<ul style="list-style-type: none"> • Dérivation • Continuité • Convexité 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Théorème des valeurs intermédiaires. ▪ Dérivée seconde d'une fonction. ▪ Fonction convexe sur un intervalle (position relative de la courbe et des sécantes / par rapport aux tangentes). ▪ Convexité par la croissance de f', la positivité de f''. ▪ Point d'inflexion. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Modèles issus de contextes géométriques, physiques, biologiques, économiques. ✓ Études de variations, résolutions d'équation, optimisation dans des configurations géométriques, physiques, économiques...
Inférence bayésienne	<ul style="list-style-type: none"> • Probabilités conditionnelles • Indépendance 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Arbre pondéré ▪ Formule de Bayes ▪ Indépendances 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tests binaires pour le diagnostic médical ✓ Problèmes du type : « De quelle urne vient la boule ? ». ✓ Filtrage anti-Spam
Modèles d'évolution (discrets)	<ul style="list-style-type: none"> • Suites 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Approche intuitive de la notion de limite d'une suite ▪ Opérations sur les limites, inégalités, théorème des gendarmes. ▪ Limite d'une suite géométrique de raison positive. ▪ Limite de la somme des termes d'une suite géométrique ▪ Suites arithmético-géométriques 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Évolution d'un capital, amortissement d'une dette. ✓ Loi de décroissance radioactive (modèle discret). ✓ Loi de refroidissement de Newton (modèle discret). ✓ Modèle proie prédateur discrétisé. ✓ Chute d'un corps dans un fluide visqueux. ✓ Dynamique des populations : modèle de Malthus.
Modèles d'évolution (continus)	<ul style="list-style-type: none"> • Limites de fonctions • Equations différentielles 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Notion de limite. Asymptotes. ▪ Limites des fonctions de référence. ▪ Sur des exemples, notion d'une solution d'équation différentielle. ▪ Notion de primitive, en liaison avec l'équation différentielle $y'=f$. ▪ Primitives d'une même fonction continue sur un intervalle. ▪ Équation différentielle $y' = ay + b$, où a et b sont des réels ; allure des courbes. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Loi de décroissance radioactive. ✓ Décharge, charge d'un condensateur (équa diff). ✓ Loi de refroidissement de Newton ✓ Dynamique des populations : modèle de Verhulst continu : $y' = ay(b - y)$. ✓ Chute dans un liquide visqueux. ✓ Evolution d'une épidémie.
Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage	<ul style="list-style-type: none"> • Loi uniforme • Loi et Schéma de >Bernoulli • Loi binomiale 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Loi uniforme sur $\{1,2,\dots,n\}$. ▪ Loi et Schéma de Bernoulli. ▪ Coefficients binomiaux, triangle de Pascal. ▪ Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Tirages aléatoires avec remise d'une boule dans une urne (boules de deux couleurs différentes) Simulations. ✓ Test d'une pièce. ✓ Surréservation. ✓ Sondages par échantillonnage aléatoire simple. ✓ Démarche des tests d'hypothèse et de l'estimation.

Approche historique de la fonction logarithme	<ul style="list-style-type: none"> Fonction logarithme népérien 	<ul style="list-style-type: none"> Fonction logarithme népérien : réciproque de la fonction exponentielle. Limites, représentation graphique. Équation fonctionnelle. Fonction dérivée. Réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle, représentation graphique. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Développement des besoins pratiques de calcul, (astronomie, navigation) pour faciliter les multiplications, divisions, extractions de racines. ✓ Lien entre suites arithmétiques et géométriques (depuis Archimède). ✓ Les travaux de Neper (Le passage du discret au continu) ✓ Vision fonctionnelle $f(xy)=f(x)+f(y)$ plus tardive. ✓ Quadrature de l'hyperbole, problème des sous-tangentes constantes.
Corrélation et causalité	<ul style="list-style-type: none"> Statistiques à deux variables 	<ul style="list-style-type: none"> Nuage de points. Point moyen. Ajustement affine. Droite des moindres carrés. Coefficient de corrélation. Ajustement se ramenant par changement de variable à un ajustement affine. Application des ajustements à des interpolations ou extrapolations. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Établissement de la loi d'Ohm. ✓ Loi de désintégration radioactive. ✓ Évolution de la température et des émissions de gaz à effet de serre dans le cadre du réchauffement climatique. ✓ Loi de Moore.
Calculs d'aires	<ul style="list-style-type: none"> Intégrales 	<ul style="list-style-type: none"> Intégrale d'une fonction continue et positive sur $[a, b]$ (aire). Notation $\int_a^b f(x) dx$. Relation de Chasles. Approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles Intégrale des fonctions continues de signe quelconque. Théorème : si f est continue sur $[a, b]$, la fonction F définie sur $[a, b]$ par $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ est dérivable sur $[a, b]$, et a pour dérivée f. Calcul d'intégrales à l'aide de primitives. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Quadrature de la parabole par la méthode d'Archimède. ✓ Quadrature de l'hyperbole par une ou deux méthodes (Brouncker, Grégoire de Saint-Vincent). ✓ Approximation de l'aire sous la courbe de la fonction exponentielle sur $[0,1]$ par la méthode des rectangles. ✓ Estimation de l'aire sous une courbe par la méthode de Monte-Carlo. ✓ Approximation de π et aire d'un disque
Temps d'attente	<ul style="list-style-type: none"> Loi géométrique Lois continues Loi exponentielle 	<ul style="list-style-type: none"> Loi géométrique : Définition, expression, espérance, représentation graphique et propriété caractéristique (loi sans mémoire). Notion de loi à densité : Représentation d'une probabilité comme une aire. Fonction de répartition $x \mapsto P(X \leq x)$, espérance et variance, expressions sous forme d'intégrales. Loi uniforme sur $[0,1]$ puis sur $[a, b]$: Fonction de densité, fonction de répartition, espérance et variance. Loi exponentielle : Fonction densité, fonction de répartition, espérance, propriété d'absence de mémoire. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Durée de vie d'un atome radioactif. ✓ Durée entre deux appels téléphoniques, durée de vie d'un composant électronique, période de retour de crue (Loi géométrique). ✓ Temps d'attente à un arrêt de bus, paradoxe de l'inspection. (Loi uniforme)
Répartition des richesses, inégalités	<ul style="list-style-type: none"> Statistiques descriptives Valeur moyenne d'une fonction 	<ul style="list-style-type: none"> Valeur moyenne d'une fonction continue sur $[a, b]$. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Courbe de Lorenz ✓ Indice de Gini.