

CAPES 2018

## Thème : fonction

**L'exercice**

Une entreprise fabrique des cartons d'emballage. La production, exprimée en tonnes varie entre 0 et 10. Pour l'entreprise, le coût correspondant à la production de  $x$  tonnes de cartons, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par :

$$C(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 5,5x - 2.$$

On appelle coût moyen la fonction  $C_M$  définie sur l'intervalle  $]0; 10]$  par :  $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$ .

L'entreprise vend ses cartons au prix de 40 milliers d'euros la tonne.

Que pensez-vous de l'affirmation « Le bénéfice est maximal lorsque le coût moyen est minimal » ? Justifiez la réponse.

d'après Tle STMG collection algomaths Delagrave

**Les réponses de deux élèves de terminale STMG****Élève 1**

J'ai tracé sur l'écran de ma calculatrice la courbe de chacune des deux fonctions. Le coût moyen est minimal pour 3 tonnes de cartons et le bénéfice est maximal pour 7 tonnes de cartons donc l'affirmation est incorrecte.

**Élève 2**

$$C'_M(x) = x - 3 + \frac{2}{x^2} = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2} = \frac{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}{x^2}.$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 12 \text{ donc il y a deux solutions : } x_1 = \frac{2 - \sqrt{12}}{2 \times 1} \approx -0,73 \text{ et } x_2 = \frac{2 + \sqrt{12}}{2 \times 1} \approx 2,73.$$

Le coût moyen est donc minimal pour 2,73 tonnes de cartons mais je ne sais pas calculer le bénéfice.

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider.
- 2 – Exposez une correction de l'exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale STMG.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *fonction* l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée permettant de développer la compétence « modéliser ».

CAPES 2018

## Thème : grandeurs et mesures

**L'exercice**

Lors d'une promenade à bicyclette, Lucie utilise une application de son smartphone pour évaluer sa vitesse sur chacun des quatre tronçons du trajet.

Longueur du tronçon	5km	5km	5km	5km
Vitesse	18,4 km/h	17,3 km/h	21,2 km/h	16,8 km/h

Estimer la durée totale de son trajet ainsi que sa vitesse moyenne au cours de ce trajet.

**Les productions de deux élèves de troisième****Élève 1**

*Comme toutes les distances sont identiques il suffit de faire la moyenne des vitesses :*

*$(18,4 + 17,3 + 21,2 + 16,8) / 4 = 18,4$  donc 18,4 km/h.*

*Par conséquent Lucie a mis un peu plus d'une heure.*

**Élève 2**

*J'ai utilisé un tableur :*

	A	B	C	D	E	F
1	<i>distance</i>	5	5	5	5	20
2	<i>vitesse</i>	18,4	17,3	21,2	16,8	
3	<i>temps</i>	3,68	3,46	4,24	3,36	14,74
4						1,356852103

*Je trouve un temps total de 14,74h et une vitesse moyenne de 1,35km/h, mais j'ai dû me tromper.*

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en valeur leurs réussites et en précisant leurs erreurs. Vous indiquerez les conseils à leur apporter.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.
- 3 – Proposez deux exercices (l'un au niveau du collège, l'autre au niveau du lycée) sur le thème *grandeurs et mesures* permettant notamment de développer les compétences « modéliser » et « calculer ».

CAPES 2018

**Thème : conjecture et démonstration**

**L'exercice**

Soit LEO un triangle rectangle en L tel que  $OE = 4$  cm et  $OL = 2$  cm. OLGA est un losange tel que E, O et A sont alignés dans cet ordre.

1. Réaliser une figure.
2. Conjecturer et démontrer une propriété sur les longueurs LE et LA.

*D'après les fiches de tonton Lulu, vol.1 diffusion Tangente*

**La réponse de deux élèves de cycle 4 à la question 2**

**Élève 1**

2. Je conjecture que  $LE = LA$ .  
J'appelle I le milieu du segment [EO].  
Je vois que le triangle OIL est équilatéral et que les triangles EIL et OLA sont égaux.  
Par conséquent  $LE = LA$ .

**Élève 2**

2. Sur mon dessin je pense que LA est plus grand que LE.  
Dans le triangle LEO rectangle en L je peux calculer la longueur [EL] avec le théorème de Pythagore :  
 $EL^2 + LO^2 = EO^2$  donc  $EL = \sqrt{12}$ .  
Ensuite j'ai appelé C le centre du losange et je voulais montrer que la longueur CL est  $\frac{\sqrt{12}}{2}$  mais je n'y suis pas arrivé car il me manque une longueur dans le triangle rectangle OCL.

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1 – Analysez ces productions d'élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez l'aide que vous pouvez leur apporter.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de collège de cycle 4.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un au moins des exercices devra permettre de développer la compétence « raisonner ».

CAPES 2018

## Thème : fonctions

## L'exercice

Dans un magasin de reprographie, il existe deux types de photocopieurs.

Le prix des photocopies effectuées en utilisant le **photocopieur de type A** est obtenu à l'aide de la fonction `prixtotal` programmée ci-contre en langage Python.

```

1 def prixtotal(n) :
2     if n<=50:
3         prix=n*0.1
4     if 50<n and n<=200 :
5         prix=5+(n-50)*0.05
6     if n>200:
7         prix=12.5+(n-200)*0.02
8     return prix

```

Le **photocopieur de type B** fonctionne à l'aide d'une carte vendue 15 €. Cette carte permet d'effectuer 200 photocopies puis à partir de la 201<sup>e</sup>, la photocopie est facturée 0,01 €.

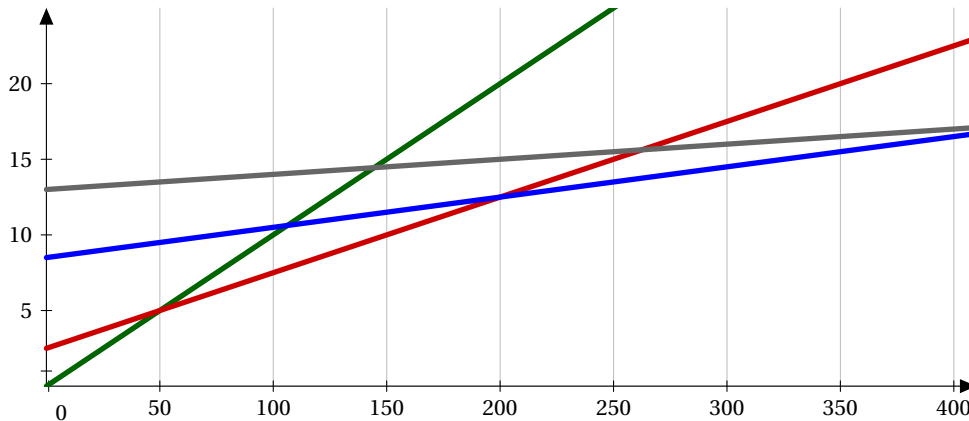
Déterminer en fonction du nombre de photocopies réalisées, le type de photocopieur à utiliser.

## Les réponses de trois élèves de seconde

## Élève 1

*J'ai créé une fonction « affichage B » puis j'ai fait des tests. J'ai trouvé qu'il est préférable de choisir le photocopieur A pour un nombre de photocopies inférieur ou égal à 450.*

## Élève 2



*À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, j'ai tracé les 4 fonctions affines. Après je ne sais pas comment faire.*

## Élève 3

*$x$  est le nombre de photocopies à réaliser. Je résous alors :  $12,5 + (x - 200) \times 0,02 < 15 + 0,01x$ . Soit  $0,01x < 6,5$ . Soit  $x < 650$ . Il est préférable de choisir le photocopieur A pour  $x < 650$ .*

## Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces trois élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'aide que vous pourriez leur proposer.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *fonctions* permettant de développer les compétences « modéliser » et « représenter ».